

Dynamische Arbeitsblätter im Mathematikunterricht zur Unterstützung des funktionalen Denkens in der Sekundarstufe 1

Edith Lindenbauer

Linzer Zentrum für Mathematik Didaktik

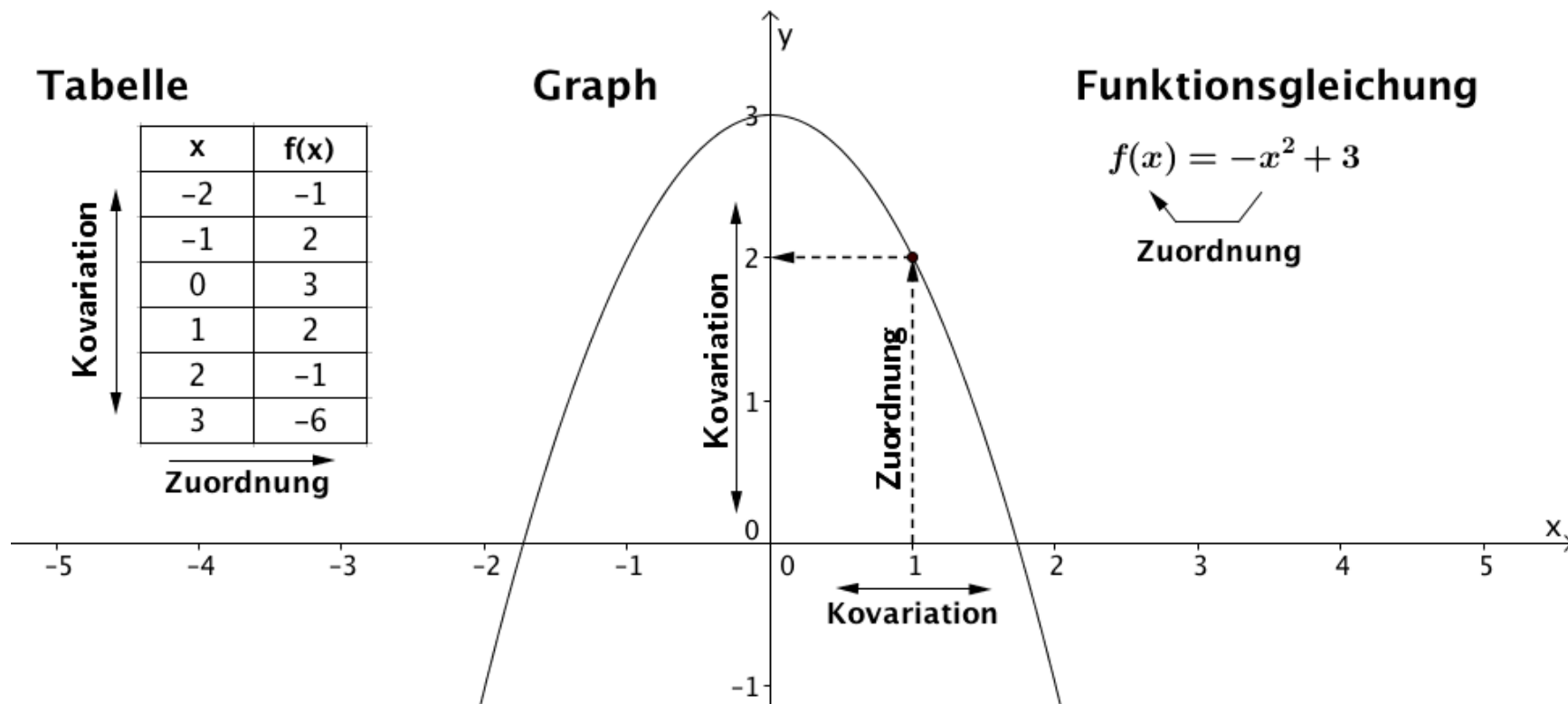
PH Oberösterreich

10. eLearning Didaktik Fachtagung, 22. 10. 2015

Funktionales Denken

- „Funktionales Denken ist eine Denkweise, die typisch für den Umgang mit Funktionen ist.“ (Vollrath 1989)
- Aspekte funktionalen Denkens (Vollrath 1989, Malle 2000, vom Hofe 2003)
 - Zuordnungsaspekt
 - Kovariations- oder Änderungsaspekt
 - Objektaspekt (Funktion als Ganzes)

Funktionales Denken



Probleme

- **mangelhaft entwickelter Kovariationsaspekt**
(Malle 2000, Hoffkamp 2011)
- **Graph-als-Bild Fehler**
(Malle 2000, De Bock et al. 1998, Hoffkamp, 2011)
- **Illusion-of-linearity**
(Malle 2000, De Bock et al. 1998)
- **Slope-height-confusion**
(Janvier 1978, Clement 1989)
- ...

Kovariationsaspekt

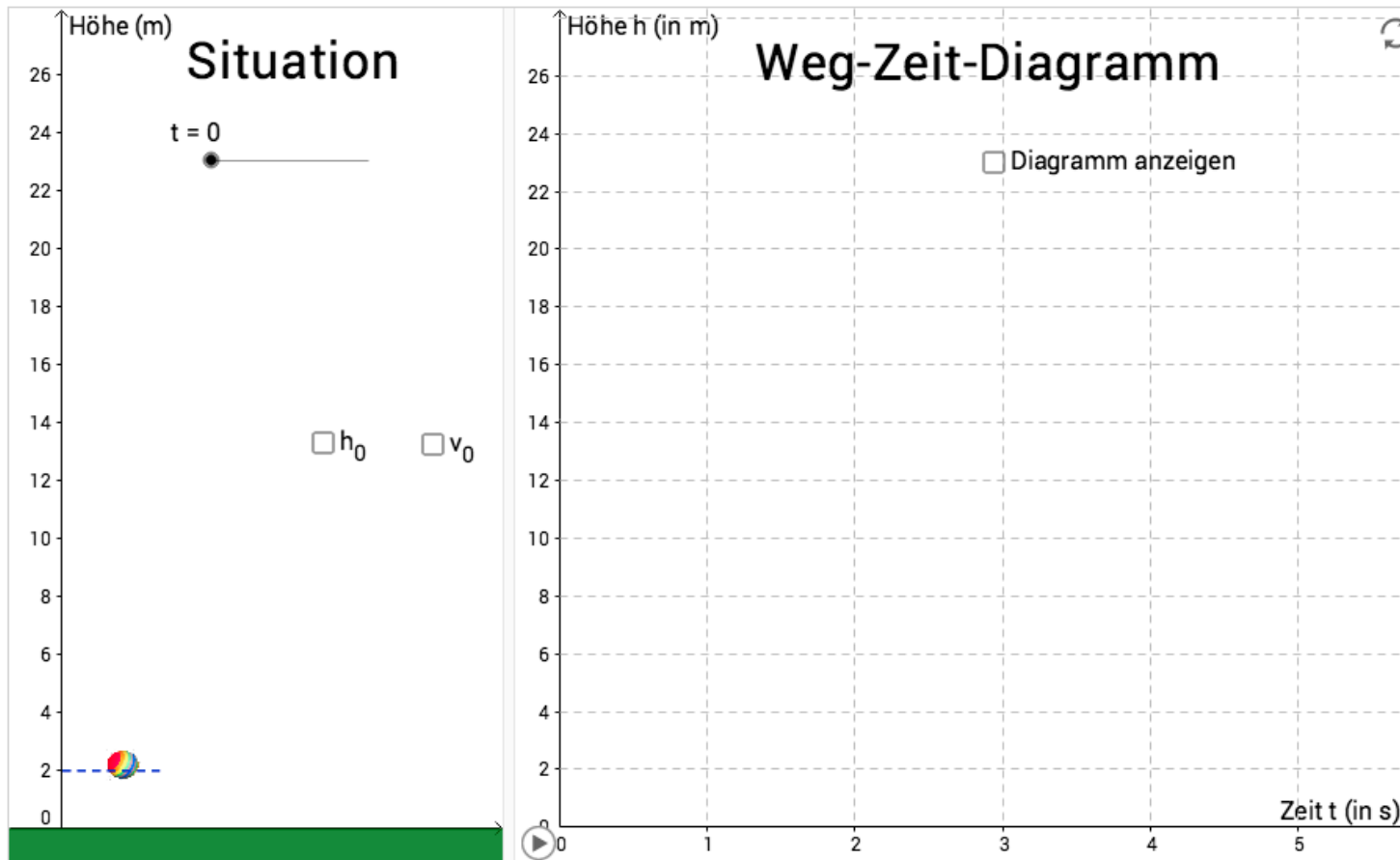
- Typische Fragestellung:
„Wie verändert sich der Flächeninhalt eines Kreises, wenn man den Radius verdoppelt?“
- Schwierigkeiten der Schüler/innen weisen auf einen mangelhaft entwickelten Kovariationsaspekt hin. (De Bock et al. 1998)

Kovariationsaspekt

- **Dynamische Mathematiksoftware** zur Förderung funktionalen Denkens
(Hohenwarter 2006)
- Kovariationsaspekt in **situativen Einkleidungen** leichter erwerbbar
(Malle 2000, De Bock et al. 1998)

Wurf eines Balls

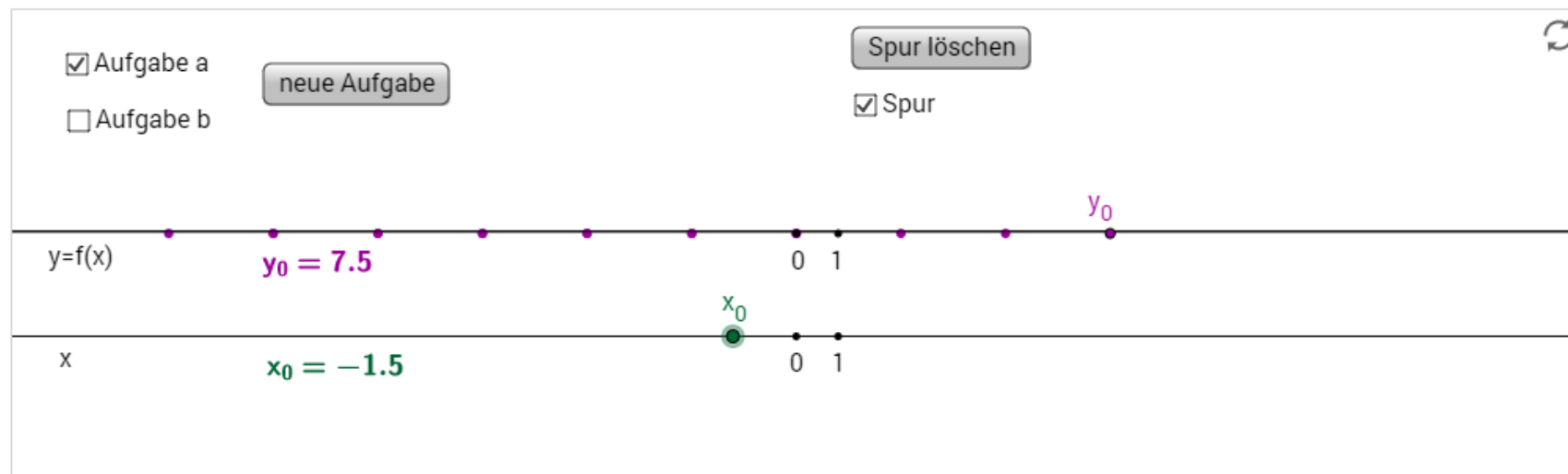
Ein Ball wird aus einer Höhe von 2 Meter mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s senkrecht nach oben geworfen. Links wird der Wurf eines Balls dargestellt und rechts befindet sich die zugehörige Darstellung im Koordinatensystem.



Kovariationsaspekt - einmal anders

- DynaGraph – Darstellung (Goldenberg et al. 1991)

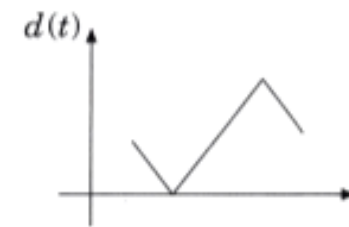
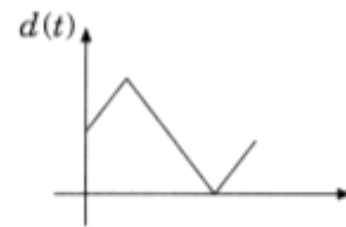
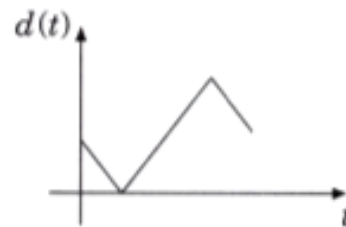
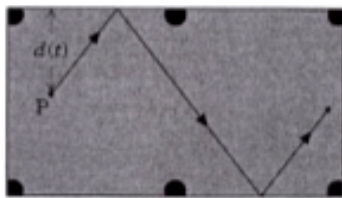
Dynagraph



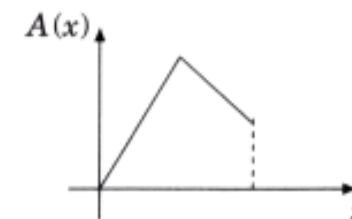
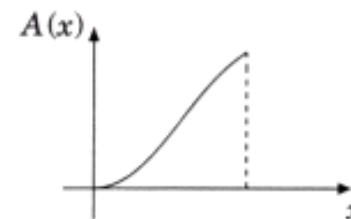
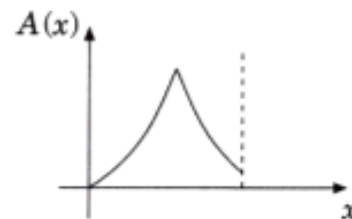
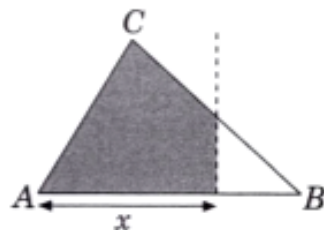
Graph-als-Bild Fehler

(Aufgaben aus: Schlöglhofer 2000)

- Der Funktionswert $d(t)$ gibt den Abstand vom oberen Rand der Tischfläche an.

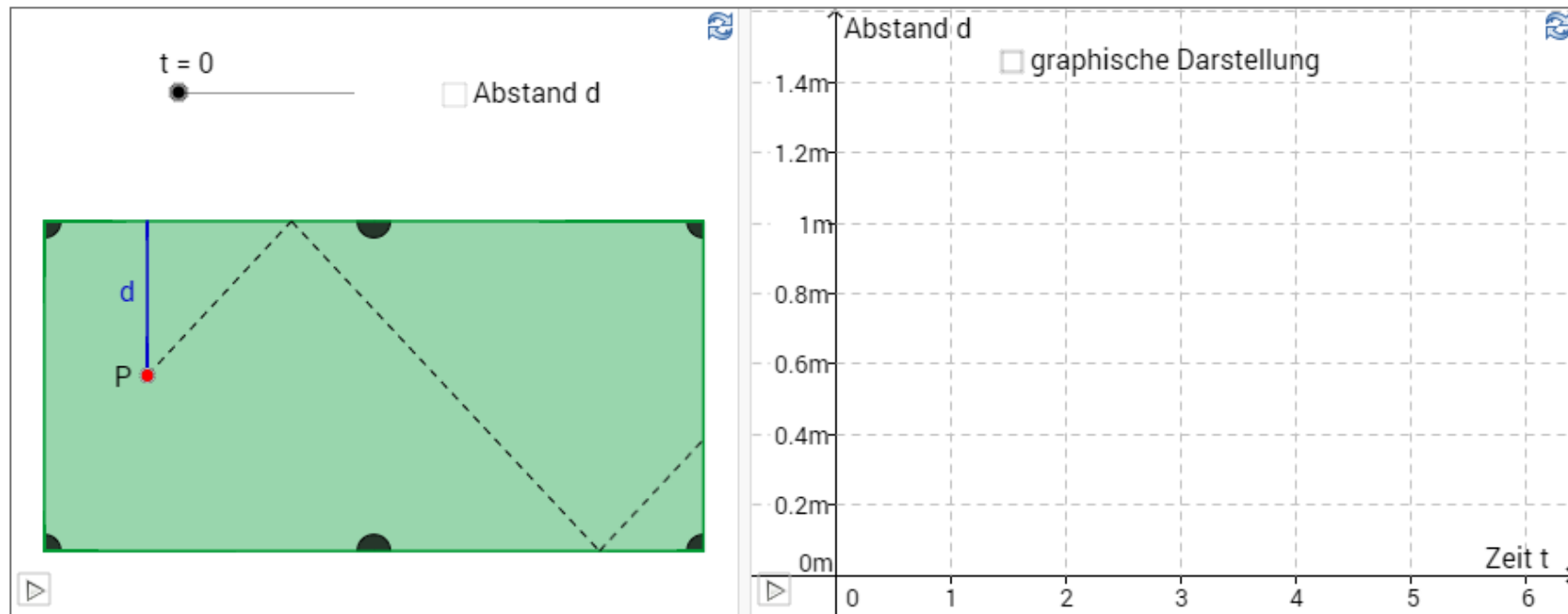


- Der Funktionswert $A(x)$ gibt den Inhalt der grau unterlegten Fläche an, wenn die gestrichelte Linie den Abstand x vom Punkt A erreicht hat.



Billard

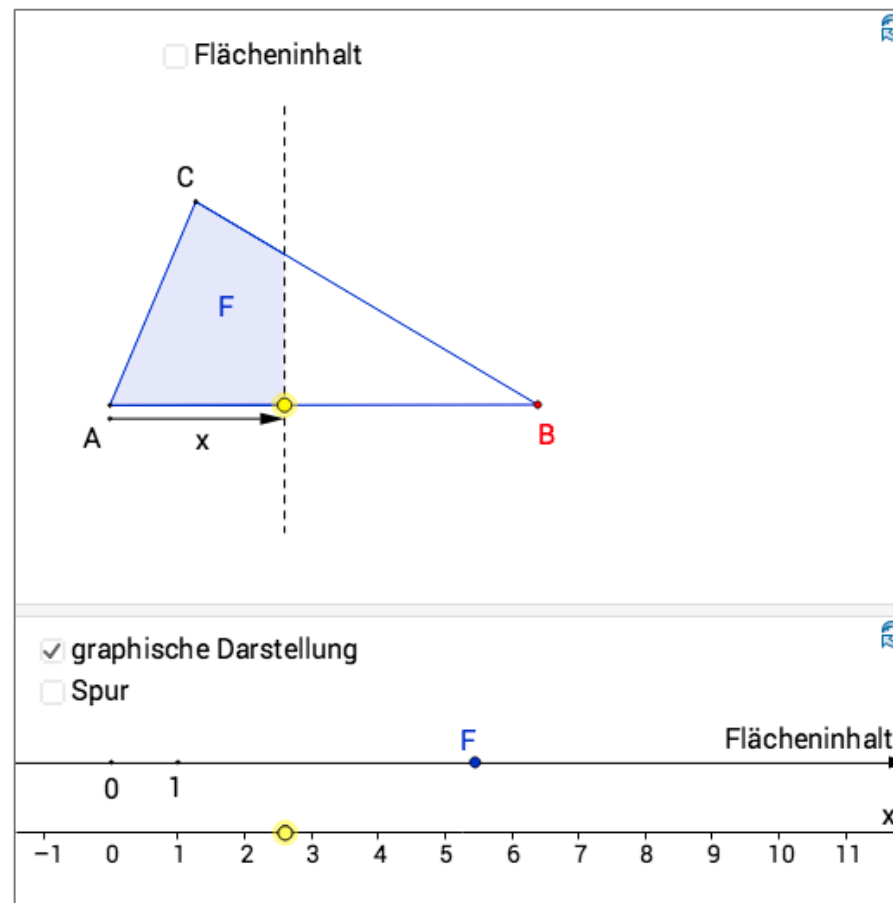
Vom Punkt P aus wird eine rote Billardkugel entlang der angegebenen Bahn geschossen. Dabei gibt d den Abstand der Kugel vom oberen Rand des Billardtisches an.



Erstellt mit GeoGebra – Geteilt von Edith Lindenbauer – Teilen oder kopieren

Dreieck Dynagraph

Die gestrichelte Linie lässt sich nach links und rechts bewegen. F gibt die Größe der blau unterlegten Fläche an. Die graphische Darstellung erfolgt mit zwei parallelen Koordinatenachsen (Dynagraph-Darstellung) im unteren Grafikfenster.

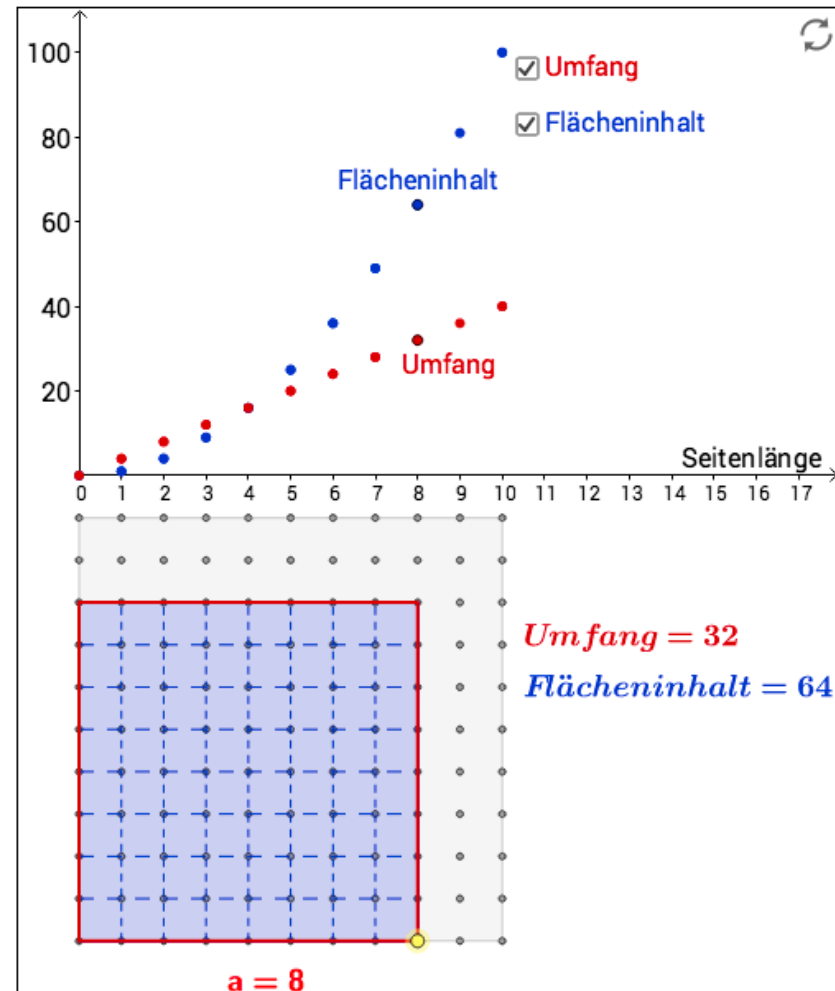


Illusion of linearity

- Bevorzugung von linearen oder direkt proportionalen Modellen
 - „... die Funktion hat keinen Anstieg, weil, wenn sie einen Anstieg hätte, wäre sie gerade.“
 - „... Graph ist doch immer eine Gerade.“
(Schüler/innenzitate aus Hoffkamp 2011)
- Aufgaben in einem realistischen Kontext
(De Bock et al. 1998)

Geobrett

Du siehst nun zusätzlich ein Koordinatensystem, in dem der Zusammenhang zwischen Umfang und Seitenlänge sowie Flächeninhalt und Seitenlänge dargestellt wird.



Forschungsfragen

F1: Welche **Vorstellungen** haben Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 (7./8. Schulstufe) im Zusammenhang mit funktionalem Denken?

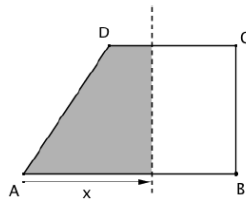
F2: Wie sollen **dynamische Arbeitsblätter gestaltet** werden, um Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe 1 darin zu unterstützen, geeignete mathematische Vorstellungen zu entwickeln?

F3: Welchen **Einfluss** haben **dynamische Arbeitsblätter** auf die Vorstellungen und internen Repräsentationen von Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe 1?

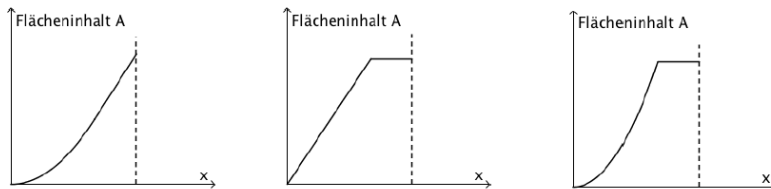
Forschungsdesign

- Qualitative Studie:
Einsatz der entwickelten dynamischen
Arbeitsblätter
- Methoden:
 - Diagnosetests
 - Diagnostische Interviews
 - Beobachtung:
Audio-, Video-, Bildschirmaufzeichnung

Hier ist ein Viereck abgebildet. Stell dir vor, du ziehst die gestrichelte Linie vom Eckpunkt A aus um die Strecke x nach rechts. Du beobachtest dabei, wie sich die Größe des grau markierten Flächeninhalts verändert.



a) Im Diagramm wird der grau markierte Flächeninhalt in Abhängigkeit der Strecke x dargestellt. **Welches der drei Diagramme** beschreibt die Situation am besten?



(Aufgabe nach Schlöglhofer 2000)

4 Kategorien von Antworten

1. Graph-als-Bild Fehler:
*„Weil die **Zeichnung** ganz oben genau so aussieht wie die, die ich eingekreist habe.“*
2. Graph-als-Bild Fehler:
*„Weil der **Flächeninhalt** mehr wird und dann gleich bleibt“.*
3. Richtige Antwort jedoch **fehlerhafte Begründung**
4. Richtige Antwort:
*„Weil das graue Stück **immer größer wird ...**“*



Fragen und Anregungen ...

Edith Lindenbauer, PH Oberösterreich
Linzer Zentrum für Mathematik-Didaktik

edith.lindenbauer@ph-ooe.at

- Clement, J. (1989). The concept of variation and misconceptions in cartesian graphing. Focus on Learning Problems in Mathematics, Vol. 11, 1-2.
- De Bock, D., Verschaffel, L. & Jannsens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school student's solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. Educational Studies in Mathematics, Vol. 35 (1).
- Goldenberg, P. et al. (1991): Dynamic representation and the development of an understanding of function. In: Harel, E. (Hrsg.): The concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy Bd. 25. Washington: Mathematical Association of America
- Hoffkamp, A.(2011). Entwicklung qualitativ-inhaltlicher Vorstellungen zu Konzepten der Analysis durch den Einsatz interaktiver Visualisierungen - Gestaltungsprinzipien und empirische Ergebnisse (Dissertation).
- Hohenwarter, M. (2006). Funktionales Denken mit der dynamischen Mathematiksoftware GeoGebra. In R. Grothmann (Hrsg.): Eichstätter Kolloquium zur Didaktik der Mathematik. Katholische Universität Eichstätt-Ingolstadt.
- Janvier, C. (1978). The Interpretation of Complex Cartesian Graphs Representing Situations – Studies and Teaching Experiments. Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham.
- Malle, G. (2000). Zwei Aspekte von Funktionen: Zuordnung und Kovariation. Mathematik lehren, 103.
- Schlöglhofer, F. (2000). Vom Foto-Graph zum Funktions-Graph. Mathematik lehren, 103.
- Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. Journal für Mathematikdidaktik Nr. 10.
- vom Hofe, R. (2003). Grundbildung durch Grundvorstellungen. Mathematik lehren, 118.
- GeoGebraBook: <http://ggbtu.be/bLJx2N7cu>